



Quadratische Gleichungen Übung

1. Entscheiden Sie, ob eine quadratische Gleichung in x vorliegt.

	Ja	Nein
a) $x^2 - 4x + 5 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) $x - 3^2 = 6x + 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) $x^2 = 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) $x^2 - 2x = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) $x^2 - x = x^2 - 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) $a^2 + 2x + 5 = a + 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g) $(x + 1) \cdot (x - 3) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der Lösungen.

a) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$

b) $2x^2 + x + 2 = 0$

c) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = 0$

d) $x^2 + 6 = 4$

e) $-\frac{1}{6}x^2 + 2x = -3$

f) $-\frac{1}{3}(x - 4)^2 = 0$

3. Die Mitternachtsformel $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ist die Lösungsformel für quadratische Gleichungen. Erläutern Sie Definition und Bedeutung der Diskriminante.

4. Füllen Sie die Lücken () aus.

a) $-\frac{2}{3}x^2 + \square + 2 = \frac{1}{3}x + \square$

$$-\frac{2}{3}x^2 + \square - 1 = 0 \quad | \cdot 3$$

$$-2x^2 + 5x - \square = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{\square \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot \square}}{2 \cdot \square}$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{\square}}{-4}$$

$$L = \square$$

b) $3x^2 + 4x - \square = 0$

$$x_{1/2} = \frac{\square \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-\square)}}{2 \cdot \square}$$

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{\square}}{6}$$

$$L = \square$$

5. Berechnen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichungen mit Hilfe der Lösungsformel. Definitionsmenge aller Gleichungen ist jeweils \mathbb{R} .

- a) $x^2 - 3x + 2 = 0$
- b) $x^2 + x - 12 = 0$
- c) $3x^2 - 3x - 18 = 0$
- d) $x^2 - 9x + 3 = 0$
- e) $0 = \frac{1}{2}(1 + x^2) + x$
- f) $3x^2 + 2x + 2 = 0$
- g) $\frac{1}{5}x^2 - 2x + 5 = 0$
- h) $0 = \frac{4}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + 3$
- i) $0 = 4x^2 - 3x + \frac{1}{2}$
- j) $0 = \frac{2}{3}x^2 + x - 3$
- k) $\frac{1}{2}x(x - 1) + 14 = 0$
- l) $4,1x^2 + 0,2x - 2,6 = 0$
- m) $12x^2 - 3x = 5x - 6$
- n) $17x^2 + 4x - 12 = 13x^2 + 6x - 8$
- o) $(x - 2)^2 = (2x)^2 - 2^2$
- p) $(x - 8)^2 + 3x - 4 = 2x^2 - 8x + 3$
- q) $x^4 - x^3 = (x + 1)(x - 4)(x - 1)(x + 3)$

6. Berechnen Sie vorteilhaft die Lösungsmenge folgender Gleichungen ($D = \mathbb{R}$).

- a) $\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0$
- b) $4x^2 = 20$
- c) $\frac{1}{9}x^2 - 4 = 0$
- d) $6x^2 - 12x = 0$
- e) $-\frac{5}{6}x^2 + \frac{3}{4}x = 0$
- f) $6x = -3x^2$
- g) $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = 0$
- h) $\frac{2}{3}x^2 + 2x = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$
- i) $8x^2 - 24x + 18 = 0$

7. Ermitteln Sie eine quadratische Gleichung, welche die Diskriminante 2 besitzt.

8. Geben Sie jeweils eine quadratische Gleichung an, die folgende Lösungsmenge besitzt.

- a) $L = \emptyset$
- b) $L = \{-4\}$
- c) $L = \{-2; 3\}$

Quadratische Gleichungen

Lösung

1.

	Ja	Nein
a) $x^2 - 4x + 5 = 0$	X	<input type="checkbox"/>
b) $x - 3^2 = 6x + 1$	<input type="checkbox"/>	X
c) $x^2 = 5$	X	<input type="checkbox"/>
d) $x^2 - 2x = 0$	X	<input type="checkbox"/>
e) $x^2 - x = x^2 - 1$	<input type="checkbox"/>	X
f) $a^2 + 2x + 5 = a + 1$	<input type="checkbox"/>	X
g) $(x + 1) \cdot (x - 3) = 0$	X	<input type="checkbox"/>

2.

- a) $D = (-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 4 - 4 = 0$ eine Lösung
 b) $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -7 < 0$ keine Lösung
 c) $D = (-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = 9 - 8 = 1 > 0$ zwei verschiedene Lösungen#
 d) Keine Lösung
 e) Zwei Lösungen
 f) Eine Lösung

3. Der Ausdruck unter der Wurzel, $D = b^2 - 4ac$ wird Diskriminante genannt. Sie gibt die Anzahl der Lösungen einer quadratischen Gleichung an.
 Ist $D < 0$, so besitzt die Gleichung keine Lösung, ist Sie gleich null, dann existiert eine Lösung. Für den Fall $D > 0$ hat die quadratische Gleichung die maximale Anzahl an Lösungen, nämlich zwei.

4.

a) $-\frac{2}{3}x^2 + 2x + 2 = \frac{1}{3}x + 3$
 $-\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}x - 1 = 0 \quad | \cdot 3$
 $-2x^2 + 5x - 3 = 0$
 $x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-2)}$
 $x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-4}$
 $L = \left\{ 1; \frac{3}{2} \right\}$

b) $3x^2 + 4x - 5 = 0$
 $x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)}}{2 \cdot 3}$
 $x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{76}}{6}$
 $L = \left\{ \frac{-2 - \sqrt{19}}{3}; \frac{-2 + \sqrt{19}}{3} \right\}$

5.

- a) $L = \{1; 2\}$
- b) $L = \{-4; 3\}$
- c) $L = \{-2; 3\}$
- d) $L = \left\{\frac{9 \pm \sqrt{69}}{2}\right\} \approx \{0,35; 8,65\}$
- e) $L = \{-1\}$
- f) $L = \emptyset$
- g) $L = \{5\}$
- h) $L = \emptyset$
- i) $L = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right\}$
- j) $L = \left\{-3; \frac{3}{2}\right\}$
- k) $L = \{4; 7\}$
- l) $L = \left\{\frac{-0,2 \pm \sqrt{42,68}}{8,2}\right\} \approx \{-0,82; 0,77\}$
- m) $L = \emptyset$
- n) $L = \left\{\frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}\right\} \approx \{-0,78; 1,28\}$
- o) $L = \{4 \pm \sqrt{8}\} \approx \{1,71; 6,83\}$
- p) $L = \left\{\frac{21 \pm \sqrt{669}}{-2}\right\} \approx \{-23,43; 2,43\}$
- q) $L = \left\{-1; \frac{12}{13}\right\}$

6.

- a) $L = \{-4; 4\}$
- b) $L = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$
 $\approx \{-2,24; 2,24\}$
- c) $L = \{-6; 6\}$
- d) $L = \{0; 2\}$
- e) $L = \left\{0; \frac{9}{10}\right\}$
- f) $L = \{-2; 0\}$
- g) $L = \{-3\}$
- h) $L = \left\{0; \frac{3}{2}\right\}$
- i) $L = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

7. Beispielsweise die Gleichung $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 7 = 0$ besitzt die Diskriminante

$D = 4^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 = 2$. Eine Möglichkeit zum Finden einer solchen Gleichung wäre a und b vorzugeben und dann ein passendes c zu finden.

8.

- a) z.B. $x^2 + 1 = 0$
- b) z.B. $(x + 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 0$
- c) z.B. $(x + 2)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$